

Laboratori Nazionali di Frascati

LNF-66/63

M. A. Locci, P. Picchi e G. Verri: **COMPORAMENTO DI NEU-
TRONI ULTRAVELOCI, IVELOCI E LENTI IN MODERATORI.**

Estratto da: **Calcolo 3, suppl. 2 (1966)**

COMPORAMENTO DI NEUTRONI ULTRAVELOCI, VELOCI E LENTI IN MODERATORI

(*Elementi o Misure*).

M. A. LOCCI (*) - P. PICCHI (*) - G. VERRI (*)

Introduzione.

In questo lavoro viene studiato il passaggio di neutroni di energia iniziale $E_0 \leq 30$ MeV attraverso un mezzo, simulandone il comportamento con il metodo di Monte Carlo.

Il programma di calcolo redatto è stato utilizzato per calcoli di schermature, di sopravvivenze e di tempi di termalizzazione, ma è suscettibile di applicazioni diverse, essendo il meccanismo del processo $n + A$ seguito tridimensionalmente in dettaglio sino alla cattura del neutrone.

I mezzi presi in considerazione sono il cemento per i calcoli di schermature, alcuni componenti del cemento per i calcoli di sopravvivenza e la grafite per i tempi di termalizzazione.

1. — Dati e processi fisici.

Le reazioni che vengono considerate sono di tre tipi:

- 1) urti elastici
- 2) urti anelastici
- 3) catture.

Per stabilire le probabilità di ciascun tipo di reazione disponiamo, per ogni elemento componente del cemento, dei seguenti dati sperimentali:

- a) sezioni d'urto totali, σ_{TOT} , che danno la probabilità del verificarsi di uno qualsiasi dei possibili eventi [Bibl. (1), (2)]
- b) sezioni d'urto non elastiche, σ_{NON} , che danno la somma delle probabilità degli eventi urto anelastico e cattura [Bibl. (1), (2)]

(*) CNEN, Frascati (Roma).

c) sezioni d'urto anelastiche, $\sigma_{nn'}$, relative agli urti anelastici [Bibl. (1), (9) (11)].

Questi dati, raccordati con curve, sono mostrati nelle fig. da 1 a 6 per energie da 0,1 eV a 30 MeV.

Nel calcolatore sono stati memorizzati con passo variabile in modo da seguire, nei limiti della capacità di memoria del calcolatore, tutti i picchi di risonanza.

Le sezioni d'urto dei processi 1), 2), 3) vengono così ricavate

$$\text{Sezione d'urto elastica } \sigma_{EL} = \sigma_{TOT} - \sigma_{NON}$$

$$\text{Sezione d'urto anelastica } \sigma_{nn'} \text{ (già presente)}$$

$$\text{Sezione d'urto di cattura } \sigma_O = \sigma_{NON} - \sigma_{nn'}$$

* * *

Consideriamo ora le modalità con cui avvengono i singoli processi, distinguendo due zone d'energia, al di sopra e al di sotto di 0.2 eV (energia termica).

* * *

$E > 0.2$ eV.

DIFFUSIONE ELASTICA.

Di solito viene considerata isotropa nel sistema del baricentro (in seguito s.d.b.); ciò è però vero solo per energie basse. Per determinare l'angolo di diffusione del neutrone in questo lavoro vengono considerate sezioni d'urto differenziali provenienti da misure sperimentali [Bibl. (3), (11)].

Le fig 7 e 8 danno le probabilità di deviazione con un dato coseno nel s.d.b.; il massimo di ogni curva è stato posto uguale ad uno. Ad un neutrone di energia E che subisca un urto elastico con un nucleo di un dato elemento, viene associata una curva $P(\cos \theta^*, E)$ ottenuta per interpolazione tra le due curve immediatamente precedente e seguente in energia; quindi viene sorteggiato $\cos \theta^*$ secondo questa curva di probabilità. Per ogni elemento esiste una energia minima al di sotto della quale l'urto è considerato isotropo nel s.d.b.

L'energia e la direzione del neutrone dopo la diffusione vengono quindi determinati con la cinematica.

DIFFUSIONE INELASTICA.

La distribuzione angolare è considerata isotropa nel s.d.b. L'energia del neutrone è distribuita secondo il modello statistico intorno ad un valore

più probabile θ (temperatura nucleare) che dipende dall'energia E_0 del neutrone incidente e dai livelli di eccitazione del nucleo secondo la forma:

$$\theta^2 = \frac{E_0}{a}$$

dove a è una costante che caratterizza, per ciascun elemento, la spaziatura dei livelli eccitati.

Elemento	O	Na	Mg	Al	Si	K	CA	Fe
a (MeV ⁻¹)	0.30	0.37	0.39	0.45	0.45	0.50	0.90	1.70

[Bibl. (4).]

Pertanto la probabilità che un neutrone di energia E_0 venga emesso con energia tra E_n ed $E_n + dE_n$ è:

$$dP(E_0, E_n) = \frac{E_n}{\theta^2} \exp\left(-\frac{E_n}{\theta}\right) dE_n.$$

Fanno eccezione a questa legge gli elementi con basso numero atomico. Per l'ossigeno (per energie inferiori a 15 MeV) e per il carbonio si è fatto ricorso a dati sperimentali.

CATTURA.

Indichiamo col nome di cattura tutti quei processi $[(n, \alpha), (n, \gamma), (n, p)$ etc.] in cui non sono presenti neutroni nello stato finale. Le particelle presenti nello stato finale non vengono prese in considerazione. Pertanto quando avviene un processo di cattura la storia del neutrone si considera conclusa.

$E < 0.2$ eV.

A queste energie vengono considerati solo urti elastici e catture; al neutrone viene associata la velocità v che corrisponde alla sua energia ($v = 1.383 \cdot 10^6 E^{1/2}$; v in cm/sec, E in eV) ed al nucleo viene attribuita una energia (quindi una velocità V) con distribuzione maxwelliana; non vengono considerate le azioni reciproche degli atomi.

Per determinare la probabilità di ciascun evento in questa zona di energia si usano le sezioni d'urto microscopiche σ_s^i (l'indice i indica l'elemento e l'indice s indica il tipo di processo), che hanno valore costante. [Bibl. (2)].

La sezione d'urto macroscopica effettiva è definita come

$$\Sigma_{\text{ef}}^i(v) = N_i \left(\frac{\alpha_i}{\pi} \right)^{3/2} \int \sigma^i(|\mathbf{v} - \mathbf{V}|) \frac{|\mathbf{v} - \mathbf{V}|}{v} e^{-\alpha_i v^2} d^3 V$$

dove:

$$\alpha_i = Mi/2kT$$

$$k = \text{costante di Boltzmann}$$

$$T = \text{temperatura ambiente in } ^\circ K$$

$$Mi = \text{massa del nucleo dell'elemento } i\text{-esimo}$$

$$Ni = \text{concentrazione} \quad \gg \quad \gg$$

$$v = \text{velocità del neutrone}$$

$$V = \text{velocità del nucleo.}$$

Quindi la sezione d'urto effettiva di cattura per un assorbitore che segue la legge B/v è:

$$\Sigma_{\text{ef.c}}^i = \frac{N_i B_i}{v}$$

e quella di diffusione elastica:

$$\Sigma_{\text{ef.el.}}^i = N_i \sigma_s^i \left[\frac{e^{-\alpha_i v^2}}{\sqrt{\pi \alpha_i} v} + \left(1 + \frac{1}{2\alpha_i v^2} \right) \text{erf}(\sqrt{\alpha_i} v) \right].$$

II — Metodo di calcolo.

Un neutrone incide normalmente secondo la direzione z , sul mezzo in esame, che si suppone esteso nel semispazio $z > 0$; l'energia E_0 o è prefissata o è scelta da un dato spettro $n(E)$. Nel secondo caso è determinata usando la formula:

$$\int_{E_{\text{min}}}^{E_0} n(E) dE = \gamma \int_{E_{\text{min}}}^{E_{\text{max}}} n(E) dE;$$

γ indica, qui e di seguito, un numero estratto a caso uniformemente nell'intervallo 0,1.

Assegnata E_0 al neutrone, il cammino l che esso compie prima di avere una interazione è dato da:

$$l = \frac{-1}{\Sigma_{\text{tot}}} \ln \gamma$$

dove:

$\Sigma_{\text{tot}} = \sum_1^{10} N_i \sigma_i(E_0)$ = sezione d'urto macroscopica totale

N_i = concentrazione dell' i -esimo elemento

σ_i = sezione d'urto microscopica totale dell' i -esimo elemento.

La probabilità che un neutrone subisca un urto con l'elemento i -esimo è data dal rapporto $N_i \sigma_i / \Sigma_{\text{tot}}$.

I canali di uscita della reazione $n + A$ per energia $E \geq E_t$ ($E_t = 0,2$ eV) sono tre: urto elastico, urto anelastico, cattura del neutrone.

Conoscendo le Σ dei tre canali, si sorteggia il tipo di interazione secondo il loro rapporto.

Nel caso di *urto elastico*, l'angolo ψ con il quale il neutrone è diffuso nel sistema del laboratorio e la sua energia E' , calcolati dalle leggi di conservazione di energia e di momento, sono:

$$\cos \psi = \frac{A \cos \theta^* + 1}{\sqrt{A^2 + 2A \cos \theta^* + 1}}$$

$$\sin \psi = \sqrt{1 - \cos^2 \psi}$$

$$\frac{E'}{E_0} = \frac{A^2 + 2A \cos \theta^* + 1}{(A + 1)^2}$$

dove $\cos \theta^*$ è dato in base alle curve di fig. 7,8 secondo il criterio già visto.

L'angolo azimutale χ è dato da:

$$\cos \chi = \frac{(2\gamma_i - 1)^2 - \gamma_2^2}{(2\gamma_i - 1)^2 + \gamma_2^2}$$

$$\sin \chi = \frac{2(2\gamma_i - 1)^2 \cdot \gamma_2}{(2\gamma_i - 1)^2 + \gamma_2^2}$$

dove $(2\gamma_i - 1)^2 + \gamma_2^2 < 1$. [Bibl. (5)].

L'urto anelastico è considerato isotropo nel sistema del laboratorio, per cui

$$\cos \psi = 2\gamma - 1$$

$$\sin \psi = \sqrt{1 - \cos^2 \psi}$$

$$0 \leq \psi \leq 2\pi$$

e per $\cos \chi$ e $\sin \chi$ si usano le stesse formule dell'urto elastico.

Per gli elementi con $A > 23$ l'energia E' del neutrone viene assegnata con la formula:

$$\int_0^{E'} \frac{E}{\theta^2} \exp\left(-\frac{E}{\theta}\right) dE = \gamma \int_0^{E_0} \frac{E}{\theta^2} \exp\left(-\frac{E}{\theta}\right) dE$$

dove:

θ = temperatura nucleare.

Per C si assume che l'energia E' del neutrone diffuso è sempre $E' = E_0 - \varepsilon_0$ ($\varepsilon_0 = 4,43$ MeV).

Per l'O si distinguono tre zone di energie

I $E_0 \leq 8$ MeV : $E' = E_0 - \varepsilon_1$

II $8 < E_0 \leq 15$ MeV: si hanno due possibili energie finali $E' = E_0 - \varepsilon_1$; $E' = E_0 - \varepsilon_2$ la prima essendo 4 volte più probabile della seconda

III $E_0 > 15$ MeV : si segue la legge degli elementi con $A > 23$

$$\varepsilon_1 = 6,13 \text{ MeV} \quad \varepsilon_2 = 7 \text{ MeV}$$

Avvenuta quindi l'interazione, se non vi è cattura, il neutrone ha una energia E' e ricomincia il processo con la nuova energia.

Quando però $E' < E_t$ i processi di interazione non sono più gli stessi e non possono essere descritti con le formule già usate.

La sezione d'urto totale è definita come:

$$\Sigma_{\text{tot}} = \sum_1^{10} [\Sigma_{\text{ef.c}}(v) + \Sigma_{\text{ef.el}}(v)]$$

dove i simboli hanno il significato già visto nel paragrafo precedente.

L'elemento interagente e il cammino percorso dal neutrone si trovano nello stesso modo come per energie non termiche. Occorre ora determinare la velocità del nucleo targhetta e la direzione del moto del nucleo rispetto al neutrone.

La probabilità di reazione per neutroni di velocità v con atomi le cui velocità e direzioni relative a v si trovano tra V e $V + dV$ e tra μ e $\mu + d\mu$ (μ essendo il coseno dell'angolo d'urto) è :

$$R(V, \mu; v) dV d\mu = \left[4 \pi N_i \left(\frac{\alpha_i}{\pi} \right)^{3/2} \sigma_s^i v V^2 e^{-\alpha_i V^2} dV \frac{d\mu}{2} + \right. \\ \left. + 4 \pi N_i \left(\frac{\alpha_i}{\pi} \right)^{3/2} \sigma_s^i V^3 e^{-\alpha_i V^2} dV \frac{d\mu}{2} \right] \frac{|\mathbf{v} - \mathbf{V}|}{v + V} \\ + 4 \pi N_i \left(\frac{\alpha_i}{\pi} \right)^{3/2} \frac{B_i}{\pi} |\mathbf{v} - \mathbf{V}| V^2 e^{-\alpha_i V^2} dV \frac{d\mu}{2}.$$

In questa formula sono sommate le probabilità dei tre possibili modi di interazione neutrone nucleo, e cioè: urto con nucleo avente V distribuita come V^2 , urto con nucleo avente V distribuita come V^3 , assorbimento del neutrone.

Si scelgono tre numeri (P_1, P_2, P_3) proporzionali alle probabilità dei tre casi :

$$P_1 \doteq \Sigma_{ef.c}^i(v)$$

$$P_2 \doteq 4 \pi N_i \left(\frac{\alpha_i}{\pi} \right)^{3/2} \sigma_{el}^i \frac{v}{C_2}$$

$$P_3 \doteq 4 \pi N_i \left(\frac{\alpha_i}{\pi} \right)^{3/2} \sigma_{el}^i \frac{1}{C_3}$$

con $P_1 + P_2 + P_3 = 1$.

I numeri C_2 e C_3 sono definiti come :

$$C_2 = \left(\int_0^{\infty} V^2 e^{-\alpha_i V^2} dV \right)^{-1} = \frac{4\alpha_i^{3/2}}{\sqrt{\pi}}$$

$$C_3 = \left(\int_0^{\infty} V^3 e^{-\alpha_i V^2} dV \right)^{-1} = 2\alpha_i^2.$$

Così:

$$P_1 = v \Sigma_{\text{ef.c}}^i(v) / D(v)$$

$$P_2 = N_i \sigma_{\text{el}}^i v / D(v)$$

$$P_3 = (2 N_i \sigma_{\text{el}}^i / \sqrt{\alpha_i \pi}) / D(v)$$

dove $D(v) = v \Sigma_{\text{ef.c}}^i(v) + N_i \sigma_{\text{el}}^i v + 2 N_i \sigma_{\text{el}}^i / \sqrt{\pi \alpha_i}$.

Essendo $\Sigma_{\text{ef.c}}^i(v) = N_i B_i / v$ si ha:

$$P_1 = \frac{N_i B_i}{D(v)} \quad P_2 = \frac{N_i \sigma_{\text{el}}^i v}{D(v)} \quad P_3 = \frac{2 N_i \sigma_{\text{el}}^i / \sqrt{\pi \alpha_i}}{D(v)}$$

con $D(v) = N_i B_i + N_i B_i v + 2 N_i \sigma_{\text{el}}^i / \sqrt{\pi \alpha_i}$.

Estratto un γ si fa il test: $P_1 \geq \gamma$. Se $P_1 > \gamma$ si ha un assorbimento di n a velocità v e si fa entrare nel sistema un nuovo n di energia E_0 .

Se $P_1 < \gamma$ si fa ancora il test:

$$P_1 + P_2 \geq \gamma.$$

Se è $P_1 + P_2 > \gamma$ si sceglie V dalla distribuzione

$$C_2 V^2 e^{-\alpha_i V^2} dV$$

e se $P_1 + P_2 < \gamma$ dalla

$$C_3 V^3 e^{-\alpha_i V^2} dV.$$

In ambedue i casi μ è estratto uniformemente tra -1 e 1 .

Si calcola $|\mathbf{v} - \mathbf{V}| = \sqrt{v^2 + V^2 - 2vV\mu}$ e preso un nuovo γ si fa la disuguaglianza

$$R = \frac{|\mathbf{v} - \mathbf{V}|}{v + V} \geq \gamma.$$

Se $R < \gamma$ allora questi parametri di diffusione non sono buoni e si ripete l'intero processo dalla determinazione di P_1 , P_2 , P_3 . Se $R > \gamma$ allora si ha uno « scattering » con questi parametri.

Determiniamo ora la velocità v' del neutrone dopo l'urto.
Per qualsiasi collisione si ha:

$$\delta v + \beta V = \delta v' + \beta V' = g$$

dove

$$\delta = \frac{1}{A+1} \quad \beta = \frac{A}{A+1}$$

e g = velocità del centro di massa; (le quantità con apice e senza apice rappresentano rispettivamente le variabili dopo e prima della collisione).

Per collisioni elastiche è

$$|\mathbf{v} - \mathbf{V}| = |\mathbf{v}' - \mathbf{V}'|$$

La nuova velocità del neutrone può essere immediatamente espressa come:

$$v' = \beta(v - V) + g$$

il suo modulo quindi come:

$$|v'| = \sqrt{\beta^2 |v - V|^2 + g^2 + 2\beta |v - V| g \cdot \lambda}$$

dove λ è il coseno dell'angolo di « scattering » nel centro di massa. [Bibl. (12)].

Si assume lo « scattering » isotropo nel centro di massa e si sceglie uniformemente λ fra -1 e 1 .

La nuova velocità del neutrone è ora determinata ed il processo di sopra è ripetuto sostituendo v' al posto di v . La ripetizione continua sino all'assorbimento di n con cui termina la storia.

Risultati

Sono stati eseguiti dei calcoli di assorbimento in cemento ordinario con la seguente composizione (percentuale in peso):

<i>H</i>	<i>O</i>	<i>Si</i>	<i>Al</i>	<i>Fe</i>	<i>Ca</i>	<i>Mg</i>	<i>C</i>	<i>Na</i>	<i>K</i>
1	51.9	33.7	3.4	1.4	4.4	0.2	1.1	1.6	1.3

Nella fig. 9 è riportata la percentuale di neutroni presenti in funzione dello spessore per energie dei neutroni incidenti di 30 MeV e di 7.045 MeV.

La fig. 10 mostra la percentuale di neutroni catturati rispettivamente da Sodio, Magnesio e Silicio, per neutroni di 30 MeV.

La fig. 11 mostra la stessa grandezza per l'Alluminio, nonchè la distribuzione dei neutroni assorbiti nelle direzioni x ed y perpendicolari alla direzione di incidenza.

In tutte queste curve il passo di discretizzazione dello spessore è di 20 cm. Vi è da notare che la percentuale dei neutroni diffusi all'indietro è più grande per quegli elementi che hanno σ_{nm} più grande.

La fig. 12 mostra, per la grafite (C con densità = 1,46 gr/cm³), la percentuale di neutroni che si degradano da una energia iniziale E_0 [14.1 MeV] ad una energia $\leq E_t$ [1.46; 0.61; 0.41; 0.21 eV] in funzione del tempo.

BIBLIOGRAFIA

- (1) R. J. HOWERTON, *Tabulated differential neutron cross sections*, UCRL 5351, Physics UC-34, TID 4500.
- (2) D. J. HUGHES and J. A. HARVEY, *Neutron cross sections*. BNL-United States Atomic Energy Commission.
- (3) M. D. GOLDBERG, V. M. MAY and J. R. STHEN, *Angular distributions in neutron induced reactions*, BNL 400-Physics TID 4500.
- (4) B. T. PRICE, C. C. HORTON and K. T. SPINNEY, *Radiation shielding*, (Pergamon Press, 1957).
- (5) Yu A. SHREIDER, *Method of statistical testing*, (Elsevier, 1964).
- (6) J. SALMON, *Théorie cinétique des neutrons rapides* (Saclay, 1961).
- (7) F. AJZENBERG-SELOVE and T. LAURITSEN, *Energy levels of light nuclei*, NHPC 1959.
- (8) G. C. PHILLIPS, J. B. MARION and J. R. RISSER, *Progress in fast neutron physics* (1963)
- (9) E. TROUBETZKOY, M. KALOS and H. LUSTIG, *Neutron cross sections*, NDA 2111,
- (10) T. ROCKWELL, *Reactor shielding design manual* (Van Nostrand, 1956) Parte II.
- (11) J. B. MARION and J. L. FOWLER, *Fast neutron physics* (Marshak, 1963).
- (12) R. R. COVEYOU, R. R. BATE and R. K. OSBORNE, *Effect of moderator temperature upon neutron flux in infinite, capturing medium*, ORNL 1958.

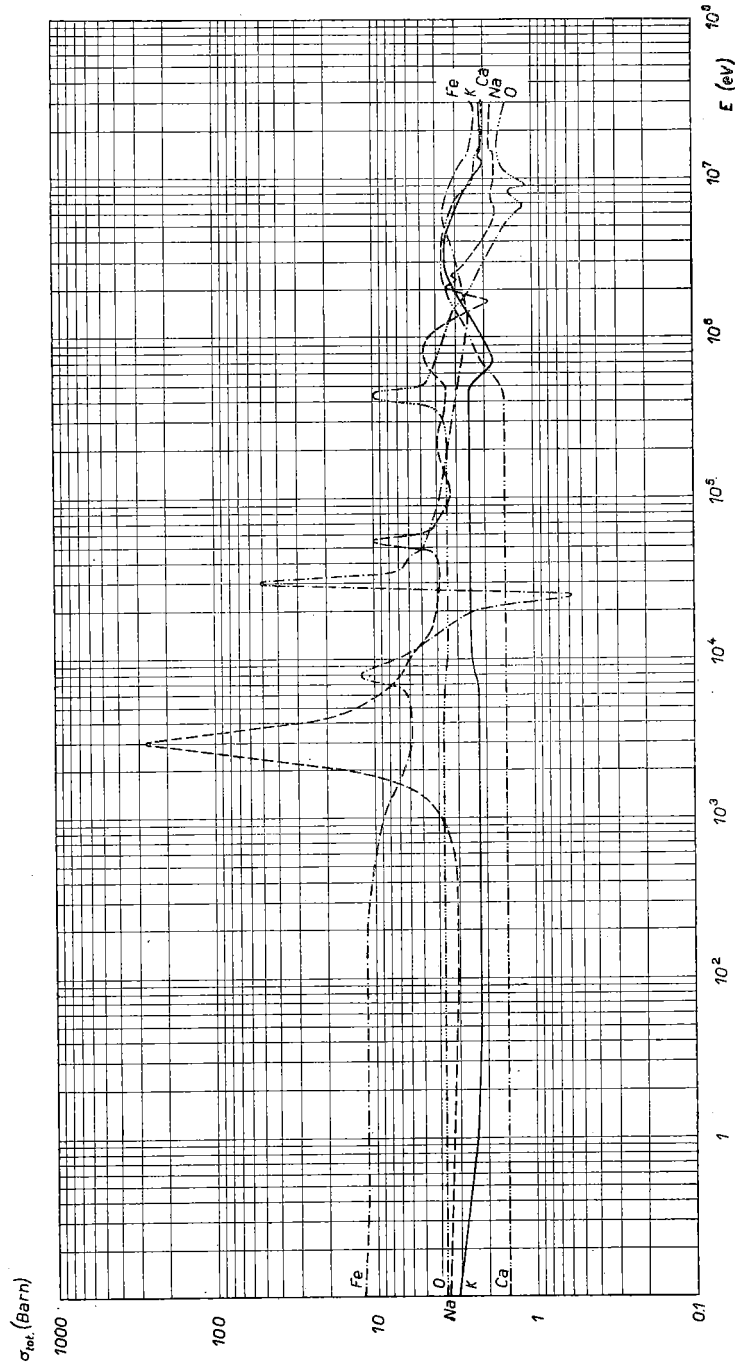


Fig. 1

Sezioni d'urto totali per Fe, O, Na, K, Ca

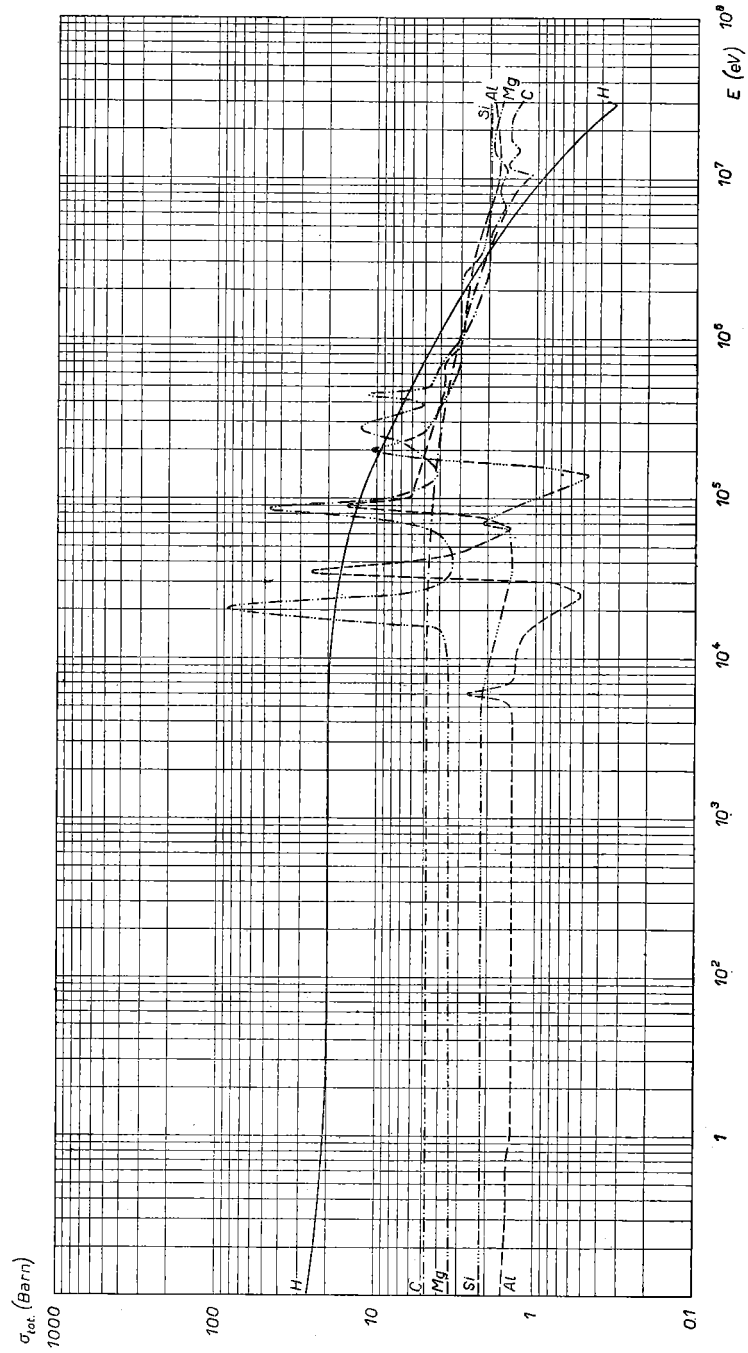


Fig. 2

Sezioni d'urto totali per H, C, Mg, Si, Al

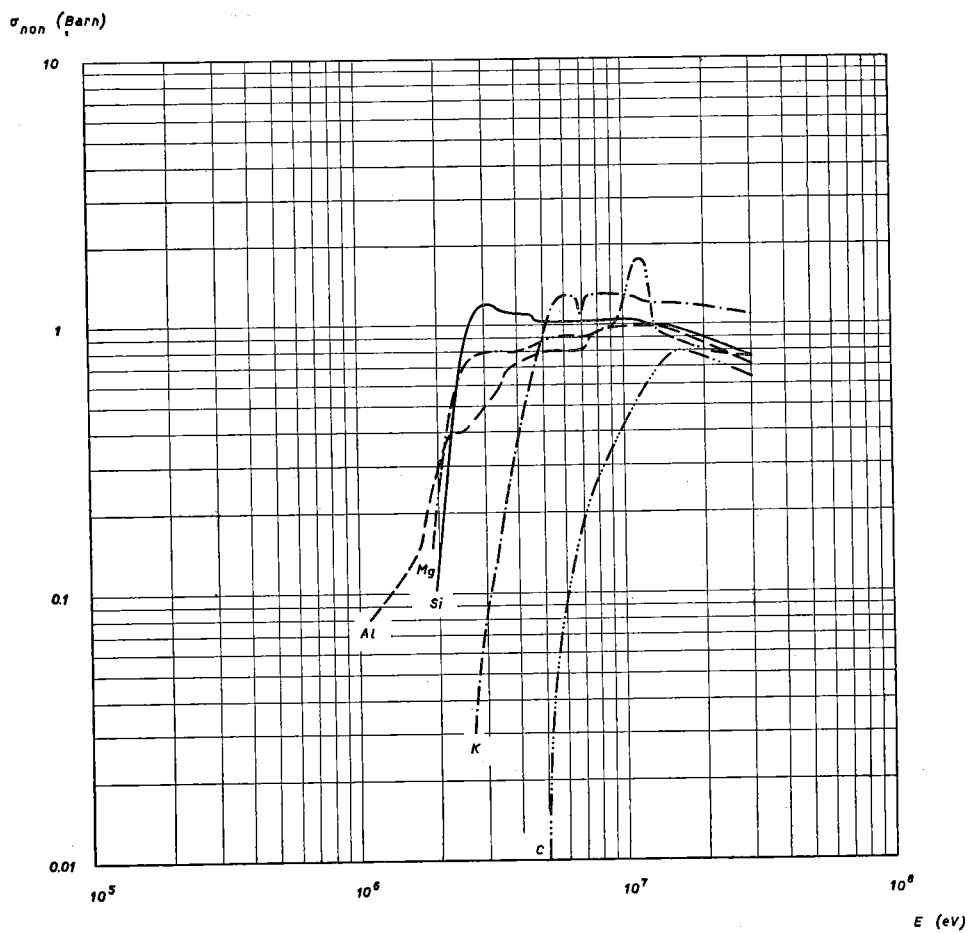


Fig. 3

Sezioni d'urto non elastiche per Al, Mg, Si, K, C

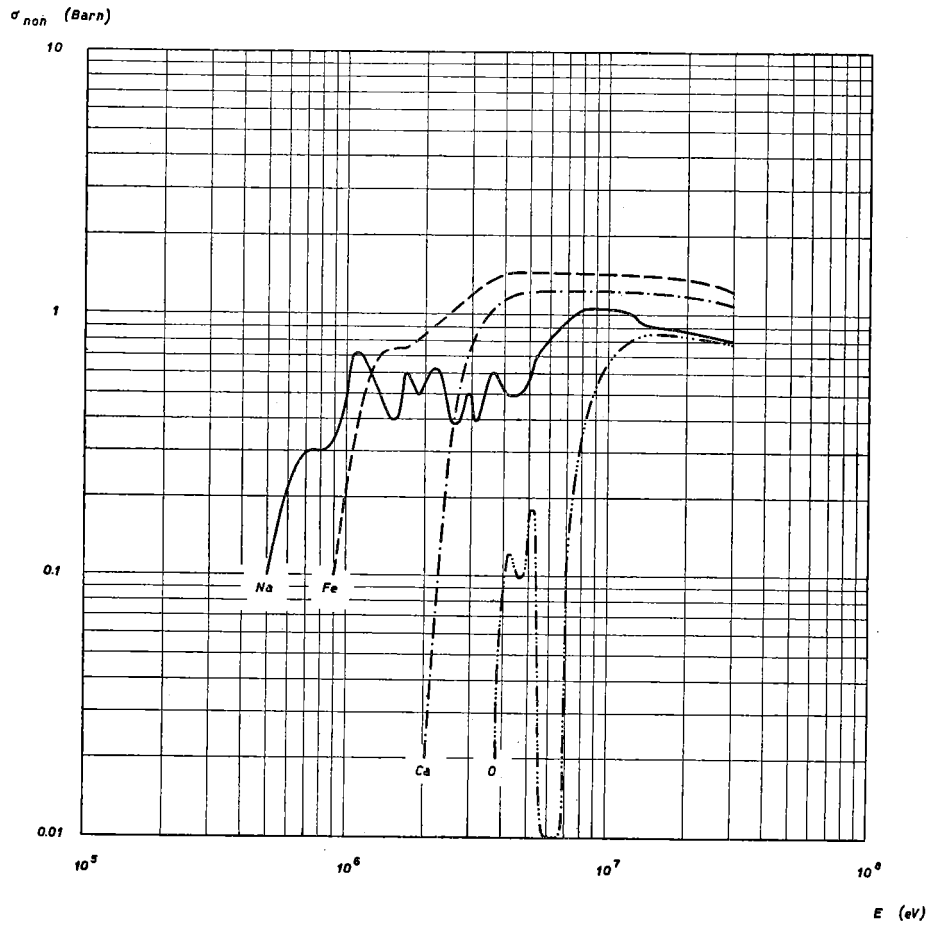


Fig. 4

Sezioni d'urto non elastiche per *Na, Fe, Ca, O*

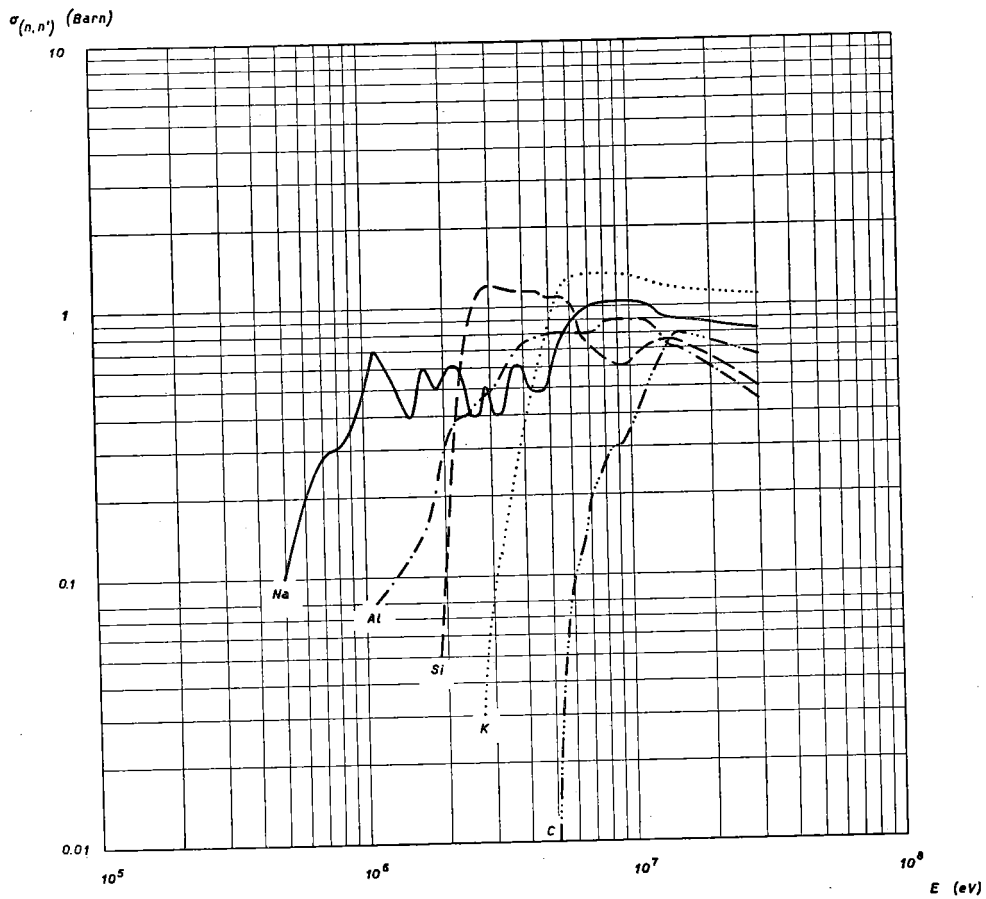


Fig. 5

Sezioni d'urto anelastiche per Na, Al, Si, K, C

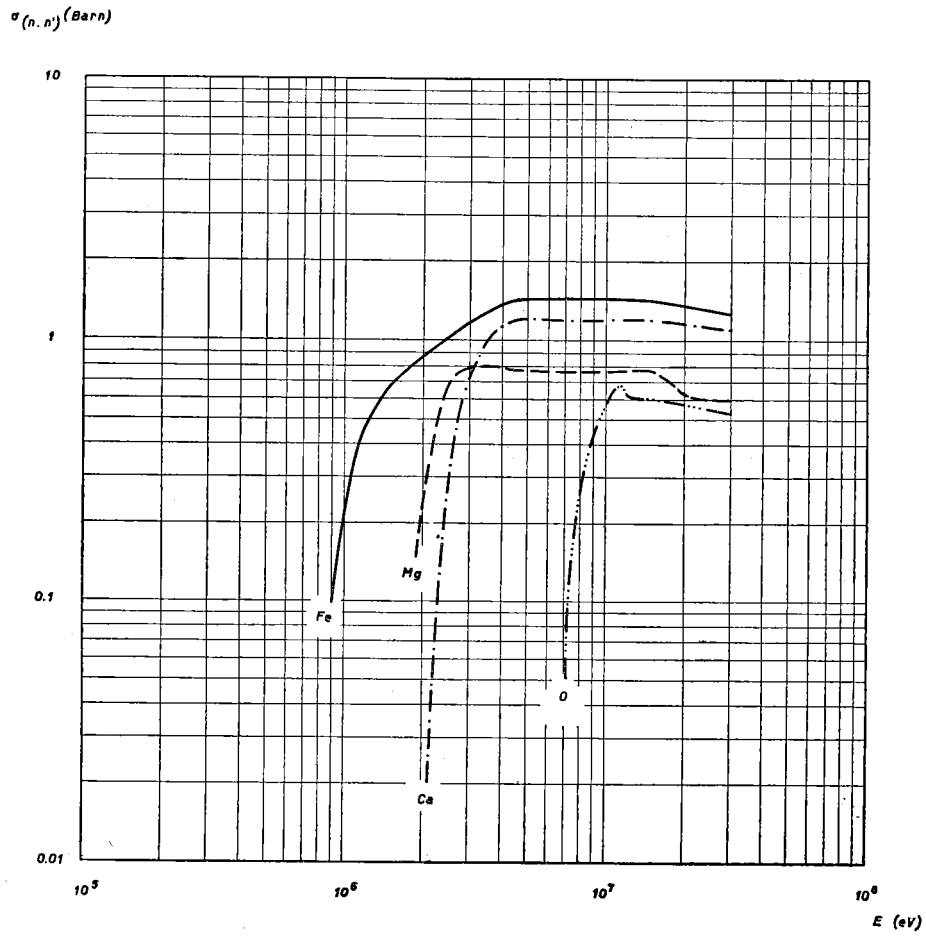


Fig. 6

Sezioni d'urto anelastiche per *Fe*, *Mg*, *Ca*, *O*

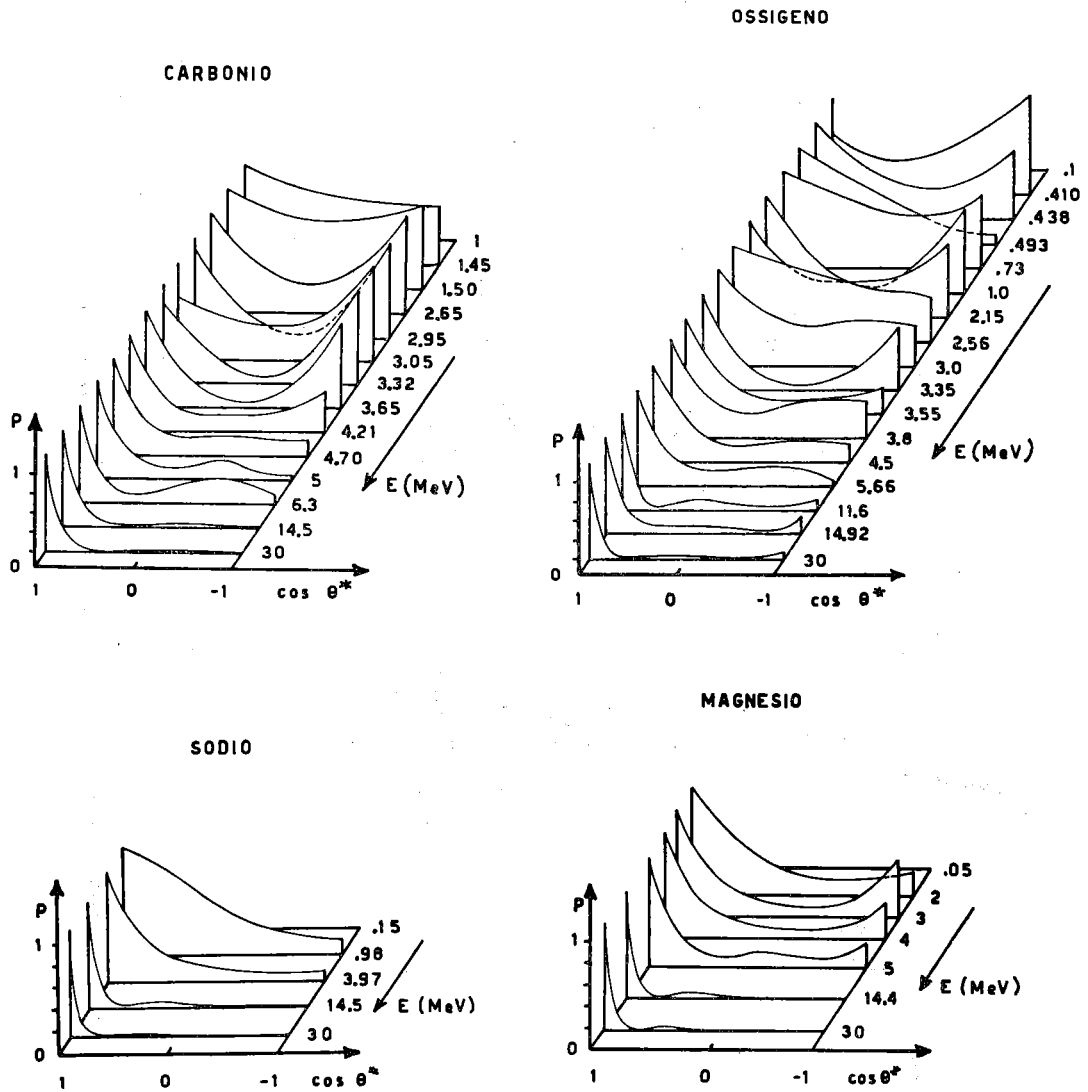


Fig. 7

Sezioni d'urto differenziali elastiche per *C, O, Na, Mg*

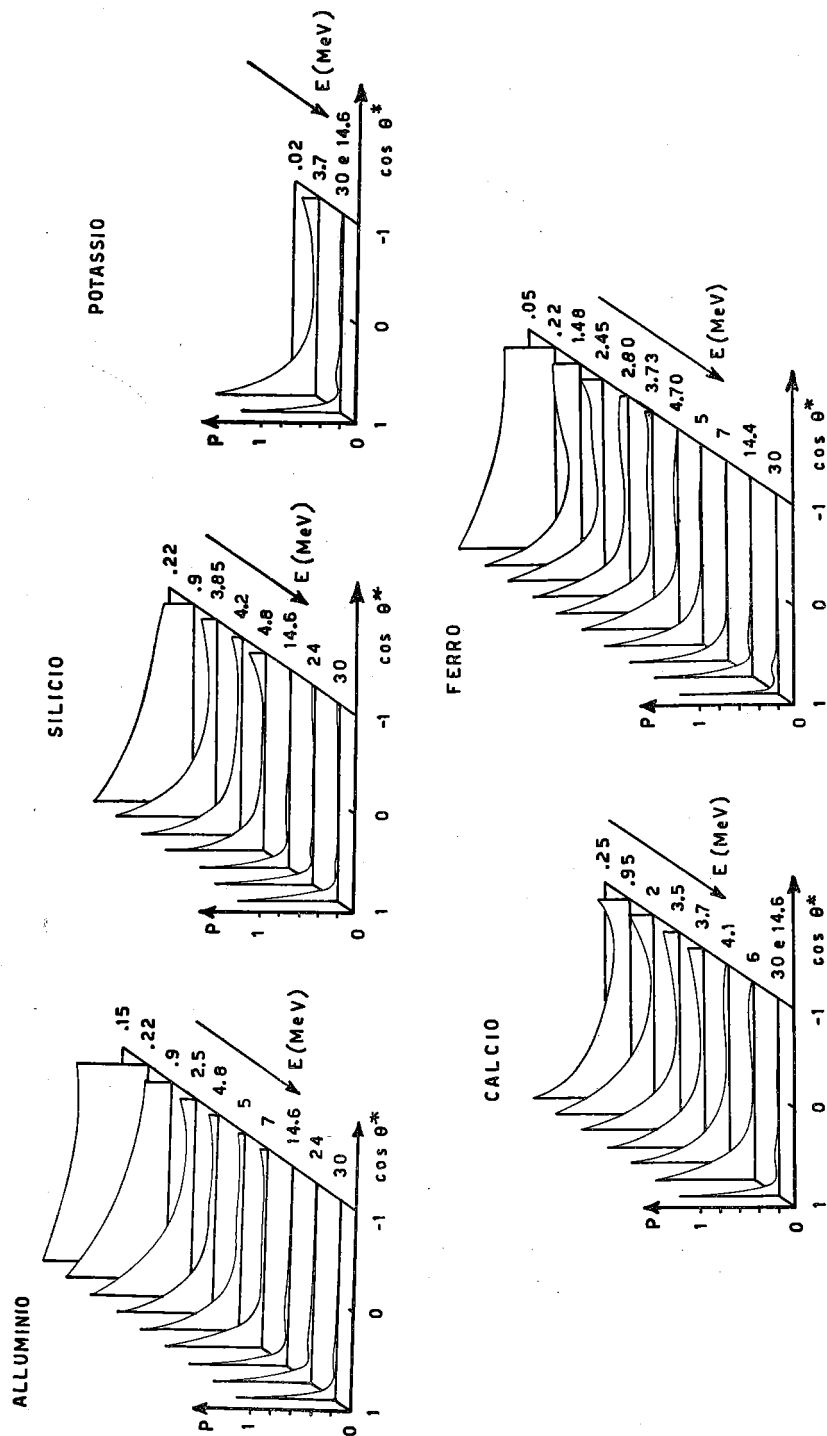


Fig. 8

Sezioni d'urto differenziali elastiche per *Al, Si, K, Ca, Fe*

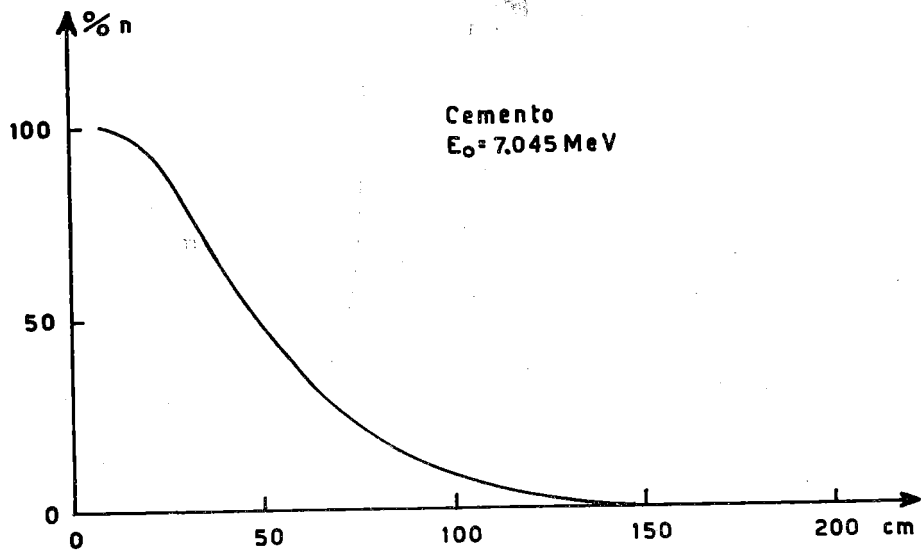
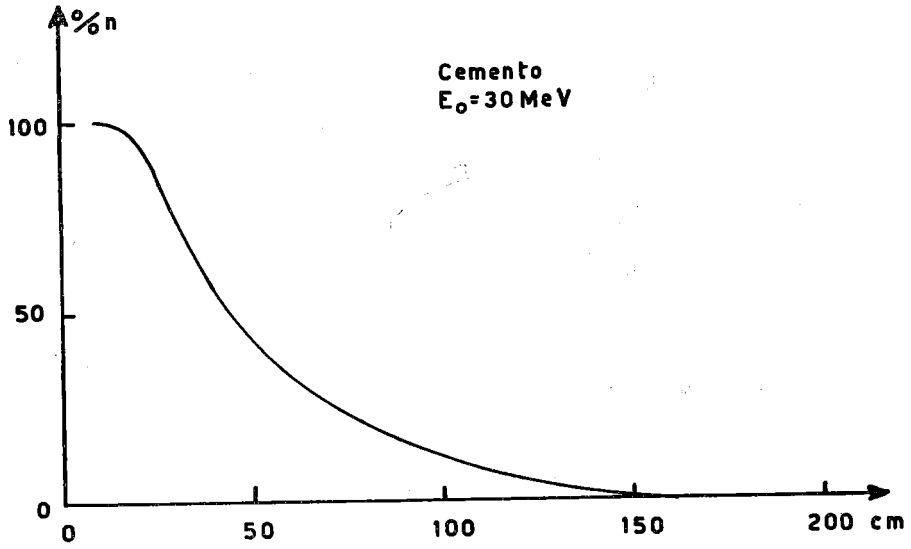


Fig. 9

Assorbimento in cemento

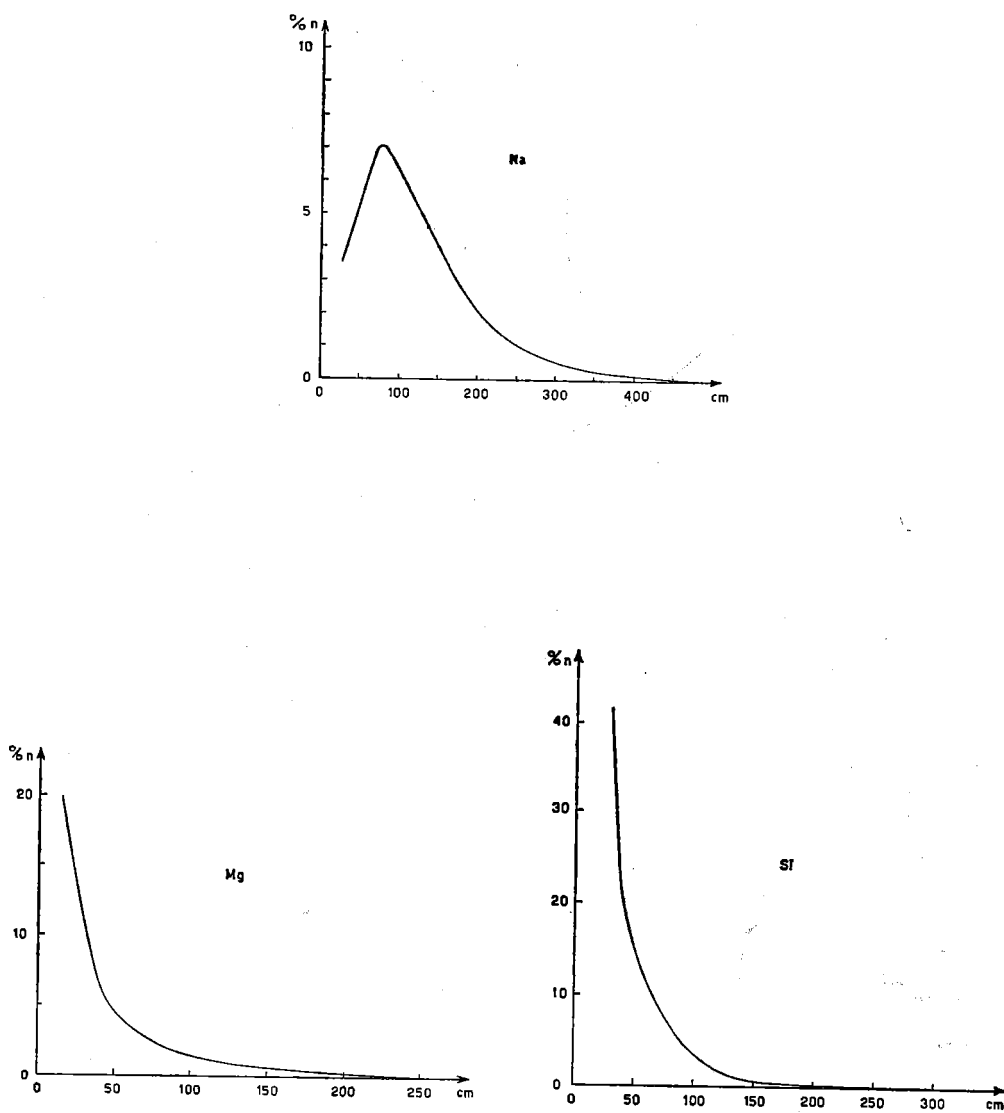


Fig. 10

Assorbimento in *Na, Mg, Si*

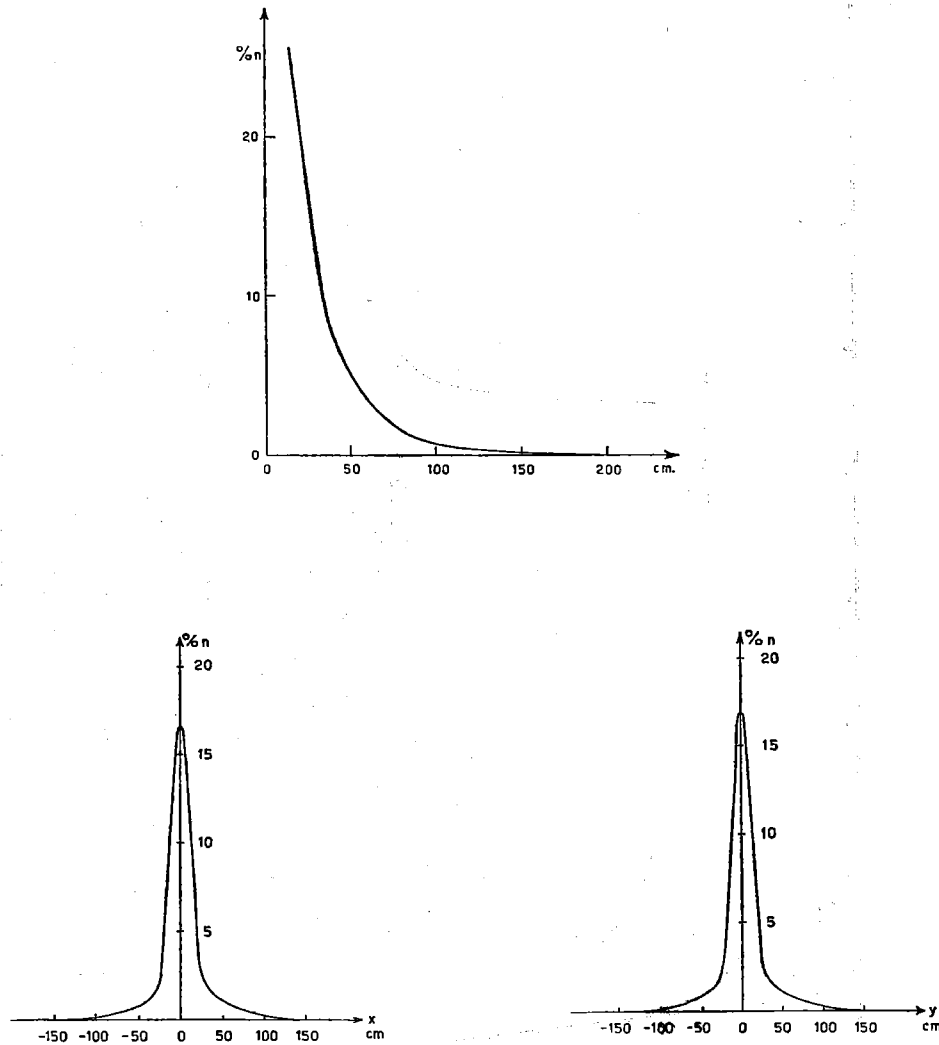


Fig. 11

Assorbimento e distribuzioni di assorbimento in Al

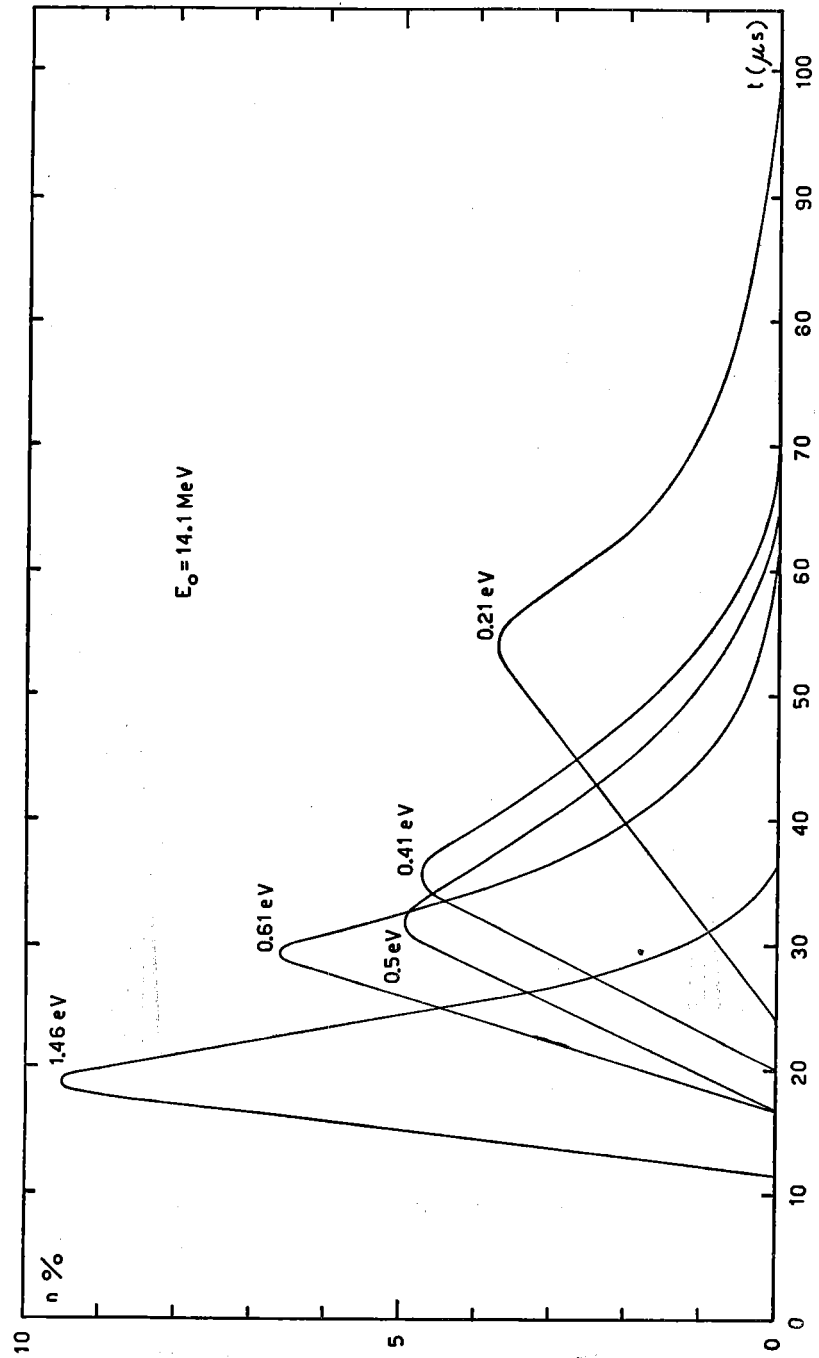


Fig. 12

Curve di termalizzazione in grafite